



www.matemagik.pl

karol@matemagik.pl

PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY

MATEMATYKA

POZIOM ROZSZERZONY

MAJ 2025

CZAS PRACY: 180 minut

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: 50

Zadanie 1. (0-2)

W badaniu laboratoryjnym analizowano tłumienie dźwięku przez specjalny materiał izolacyjny. Natężenie dźwięku po przejściu przez n warstw materiału opisuje wzór:

$$N(n) = N_0 \cdot r^n$$

gdzie:

- $N(n)$ – natężenie dźwięku po przejściu przez n warstw
- N_0 – początkowe natężenie dźwięku
- $r \in (0, 1)$ – współczynnik tłumienia przez jedną warstwę
- n – liczba warstw

W eksperymencie stwierdzono, że po przejściu przez 3 warstwy natężenie zmniejszyło się z 375 do 192 jednostek.

- a) Oblicz wartość współczynnika tłumienia r .
b) Oblicz ile co najmniej warstw materiału jest potrzebne, aby natężenie dźwięku zmniejszyło się o ponad 90%.

Zapisz obliczenia.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

Zadanie 2. (0-2)

Trójkąt równoboczny ABC jest wpisany w okrąg. Punkt D leży na krótszym łuku AB . Punkt E leży na odcinku CD oraz $|DE| = |DB|$.

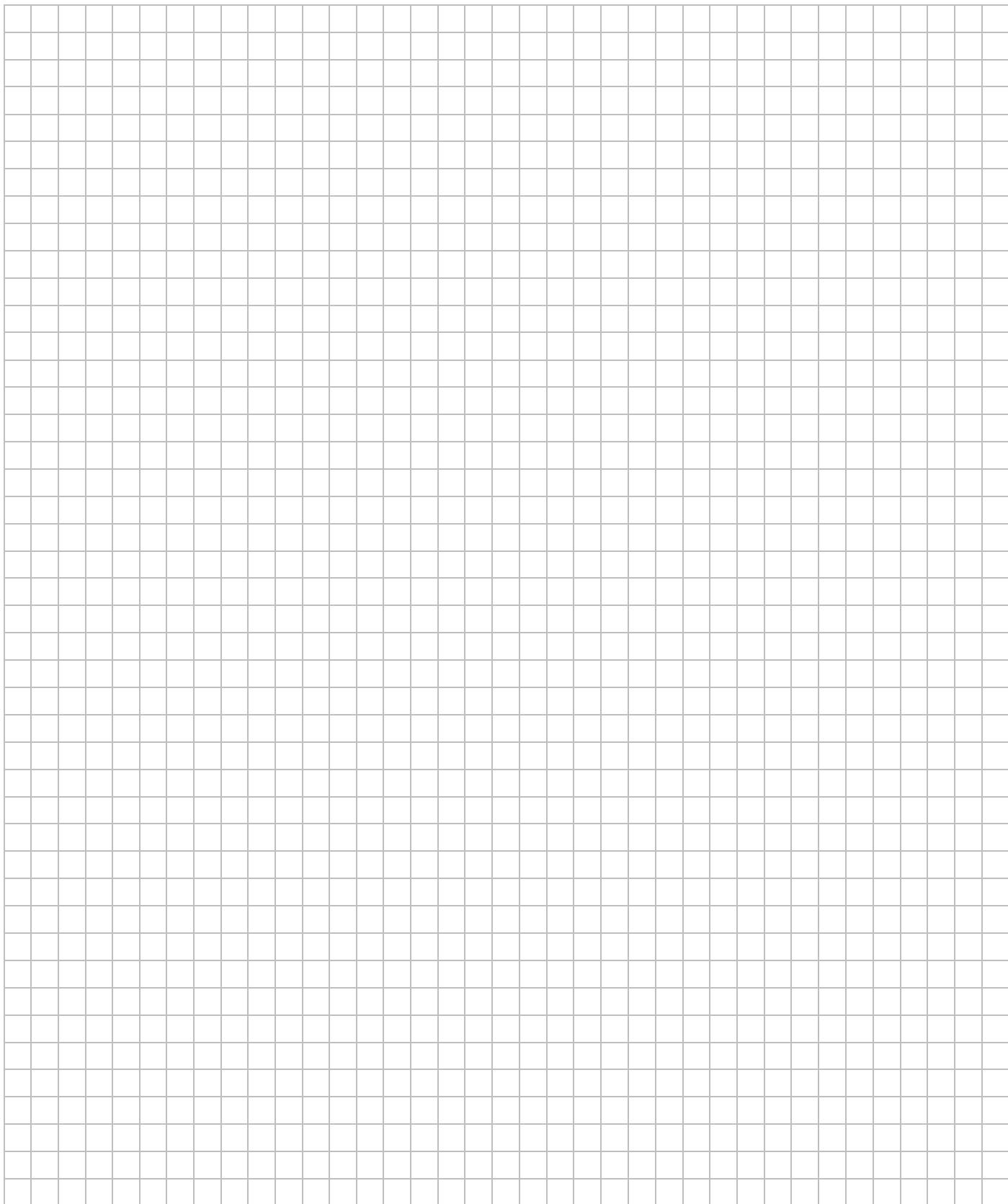
Wykaż, że $|CD| = |AD| + |BD|$.



Zadanie 3. (0-3)

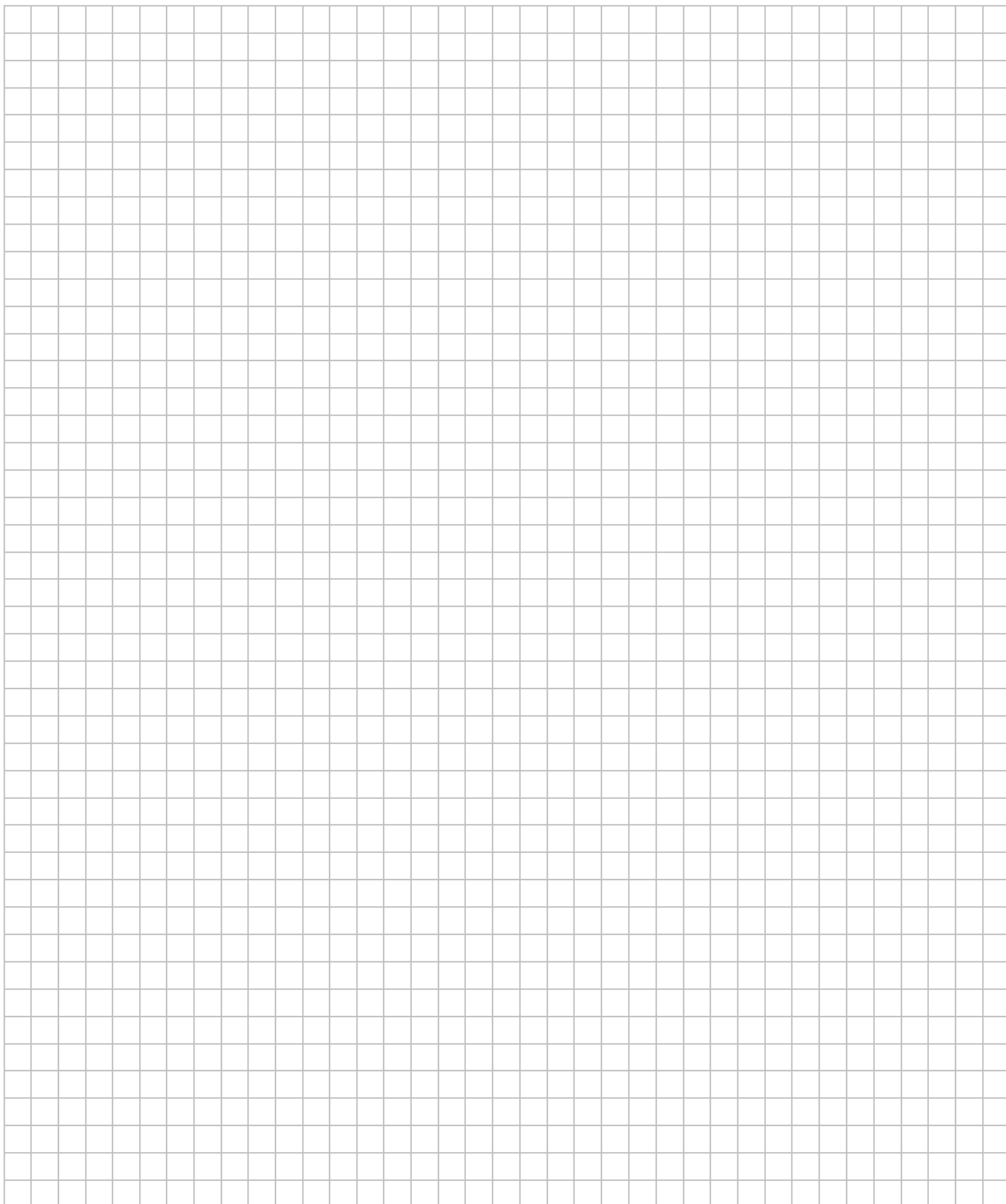
Stożek ma tworzącą długości l i obwód podstawy równy c .

Oblicz pole powierzchni całkowitej oraz objętość stożka. Wyznacz tangens kąta nachylenia tworzącej stożka do płaszczyzny podstawy.



Zadanie 4. (0-3)**Wykaż, że**

$$\frac{1}{\log_5 10} + \frac{2}{\log_5 10} + \frac{3}{\log_5 10} + \dots + \frac{20}{\log_5 10} = 10^{\log(\log 5^{210})}$$



Zadanie 5. (0-3)

W magazynie znajdują się żarówki produkowane przez trzy różne zakłady produkcyjne. Zakład pierwszy wyprodukował 25%, zakład drugi 35%, zaś zakład trzeci 40% ogólnej liczby żarówek znajdujących się w magazynie. Na 100 żarówek w pierwszym zakładzie trafiają się dwie zepsute, w zakładzie drugim – cztery zepsute, zaś w zakładzie trzecim – pięć zepsutych. Wybraliśmy losowo jedną żarówkę, która jest dobra.

Jakie jest prawdopodobieństwo, że wyprodukował ją zakład trzeci? Wynik zapisz w postaci ułamka zwykłego. Zapisz obliczenia.

This image shows a full page of blank graph paper. The background is white, and it is covered by a uniform grid of thin, light gray lines. These lines intersect at right angles to form a continuous pattern of small squares across the entire area. There are no margins, text, or other markings present on the page.

Zadanie 6. (0-4)

$$\sqrt{x^2 - 6x + 9} + \sqrt{x^2 + 2x + 1} = 6 - x$$

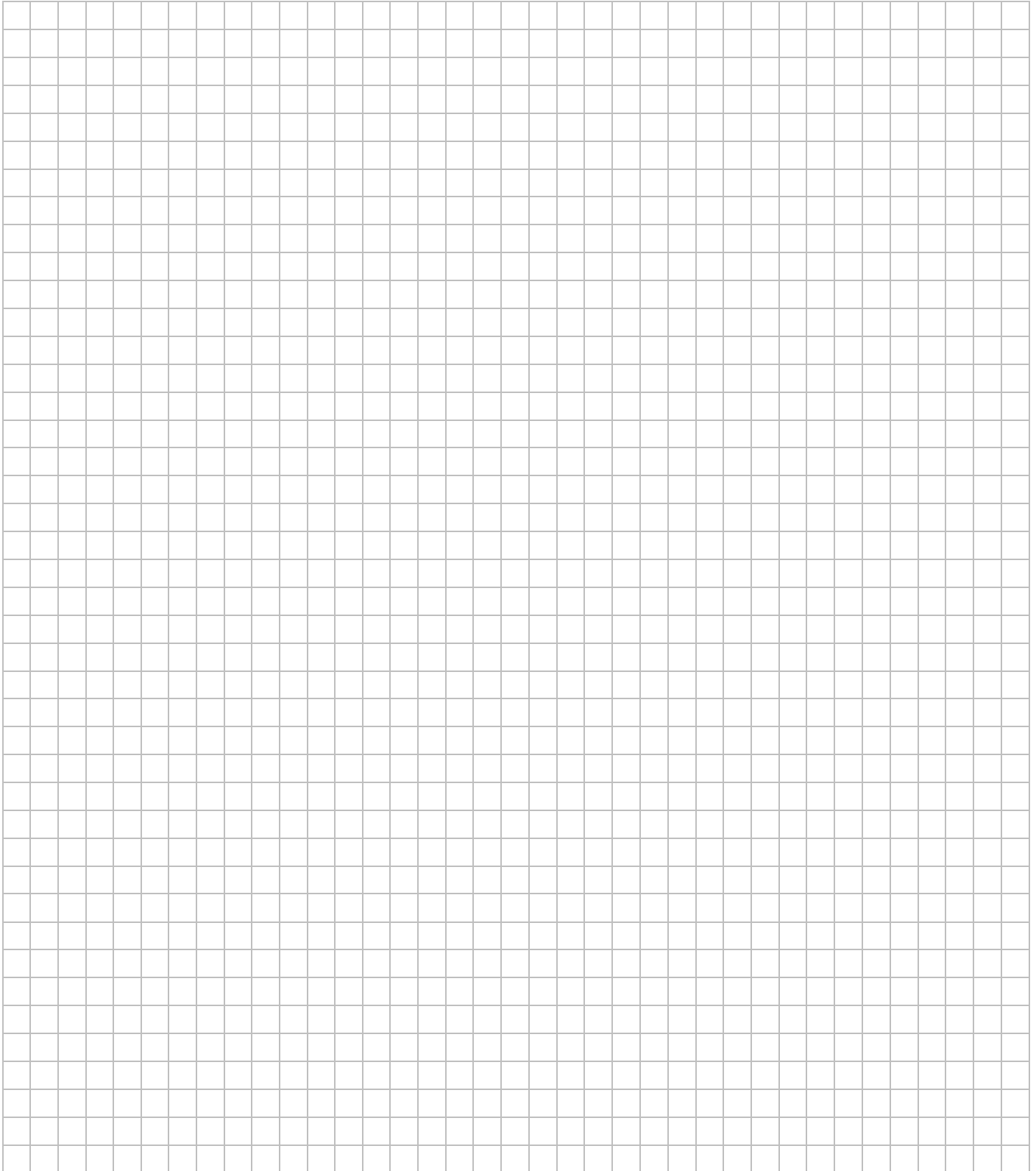
Zapisz obliczenia.

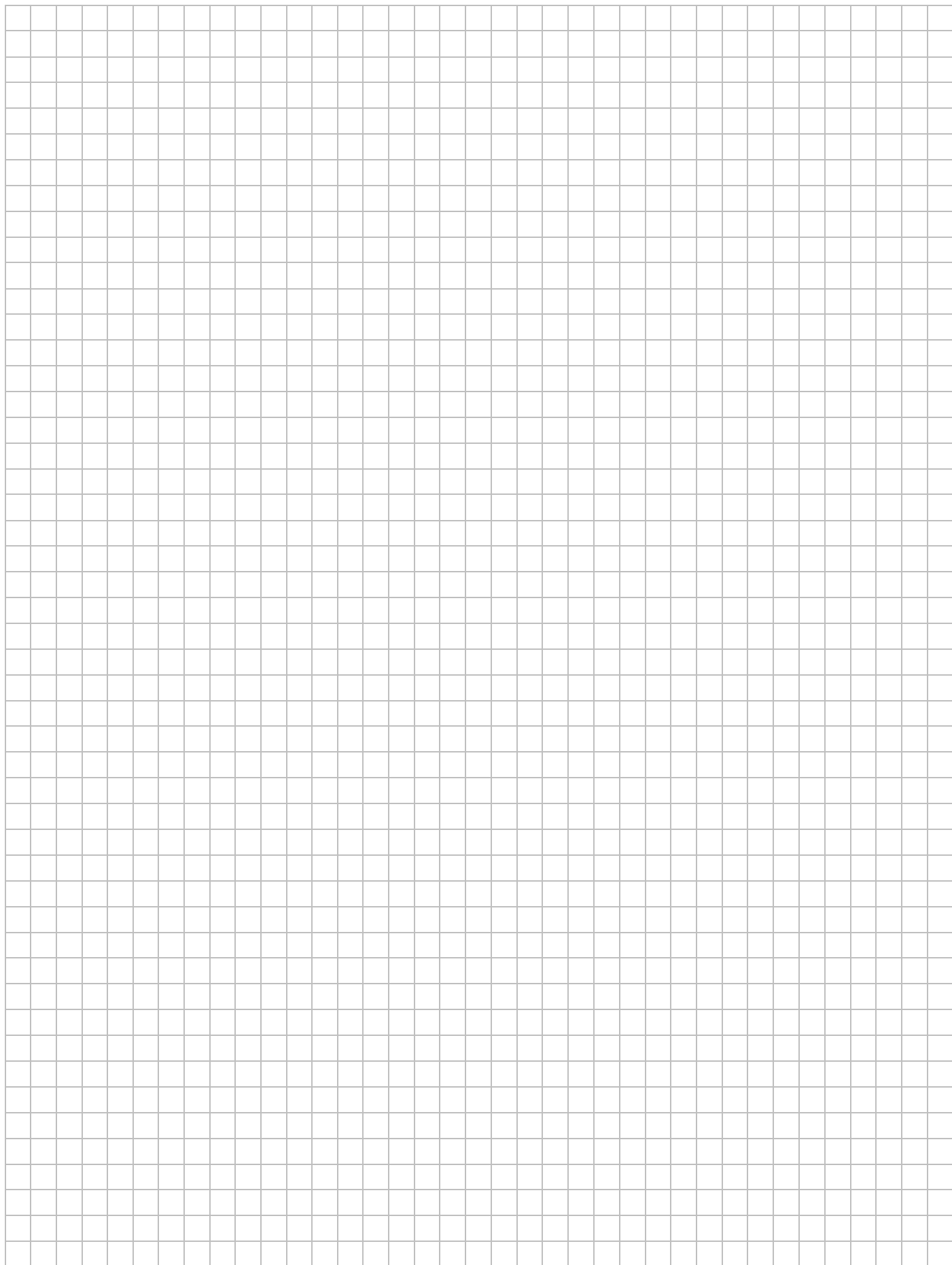
This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Zadanie 7. (0-4)

Środek okręgu przechodzącego przez punkty $A = (3, 0)$ i $B = (-1, 2)$ należy do prostej o równaniu $x - y + 2 = 0$.

Napisz równanie tego okręgu i wyznacz współrzędne leżącego na nim punktu C takiego, że $AC \perp AB$.





Zadanie 8. (0-4)

Oblicz granicę

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{(5n-3)(2-7n)}{3+6+9+\cdots+3n} + \frac{23+46+69+\cdots+23n}{\binom{n}{2}} \right]$$

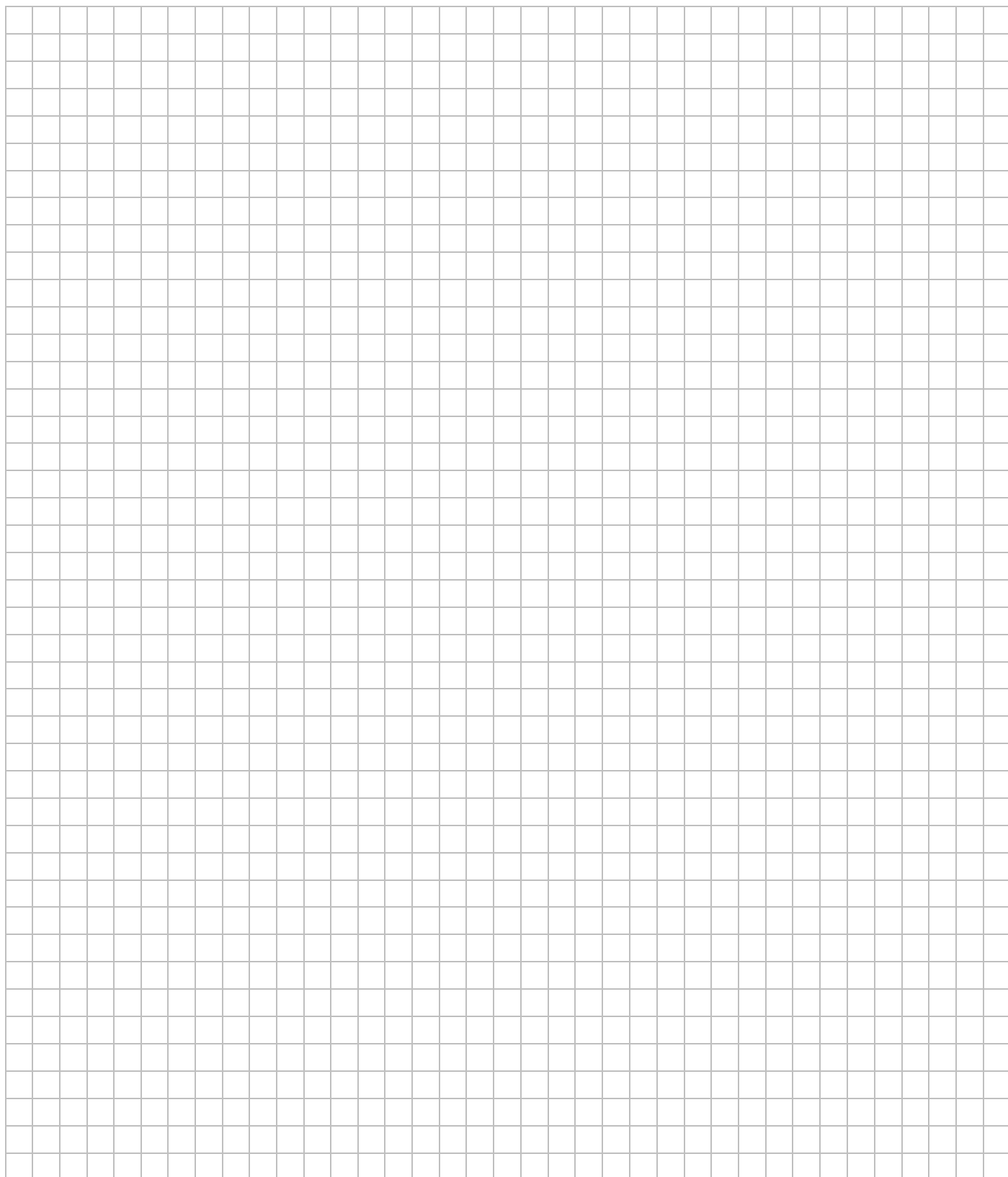
Zapisz obliczenia.

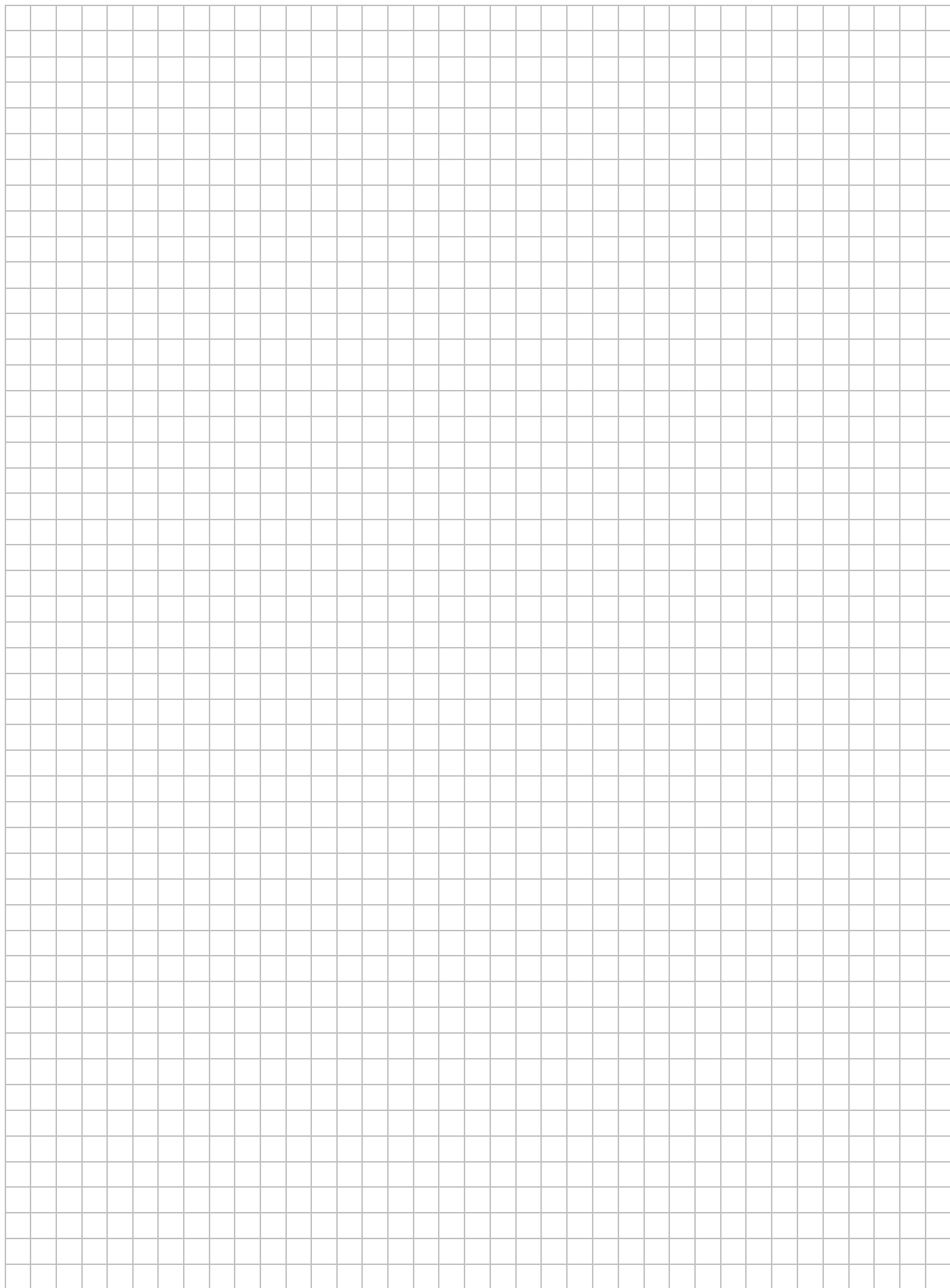
This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Zadanie 9. (0-4)
Rozwiąż równanie

$$2 \sin^2 x + \sin x \cdot \cos x + 3 \cos^2 x = 3$$

w zbiorze $[0, 2\pi]$. Zapisz obliczenia.

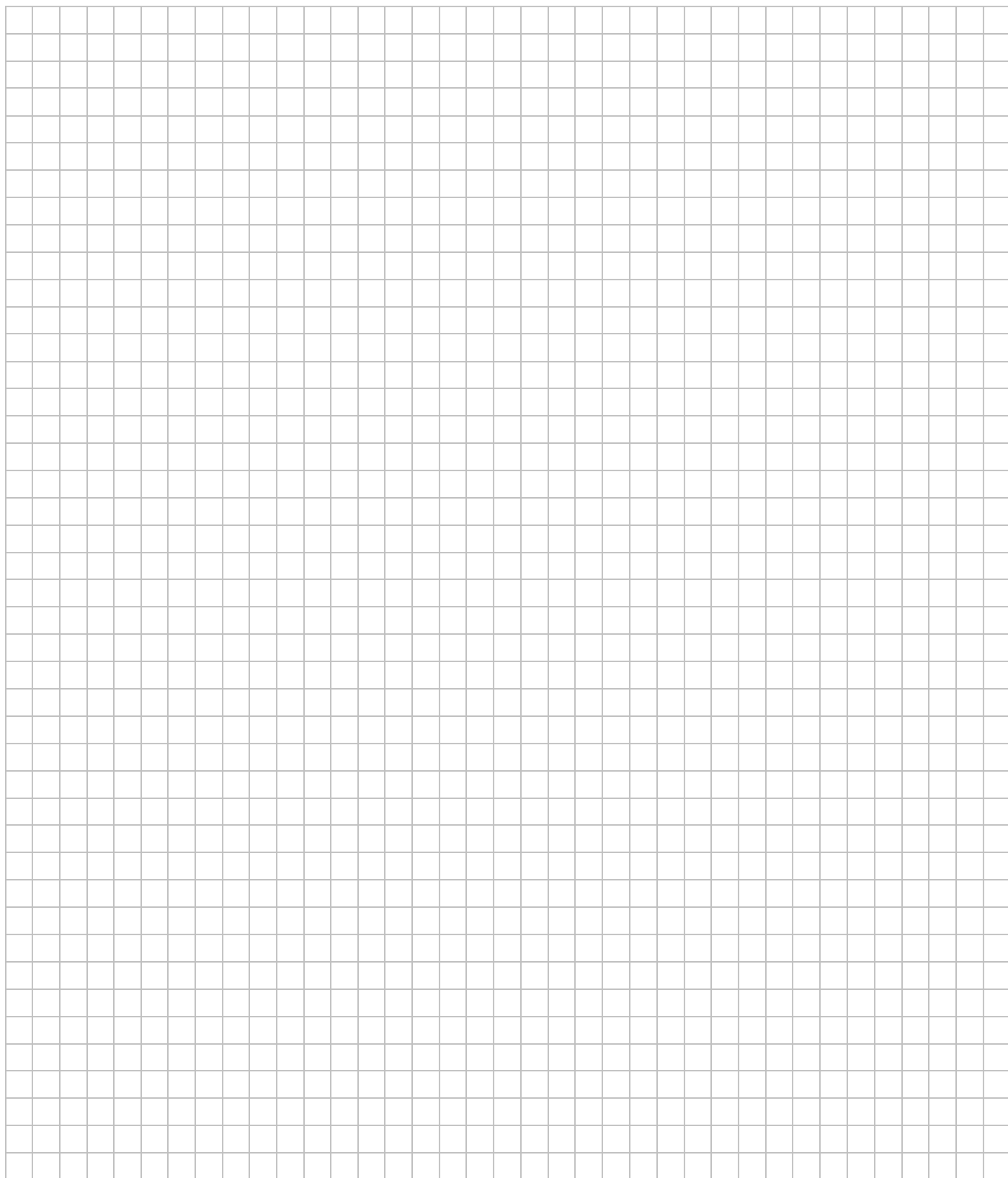


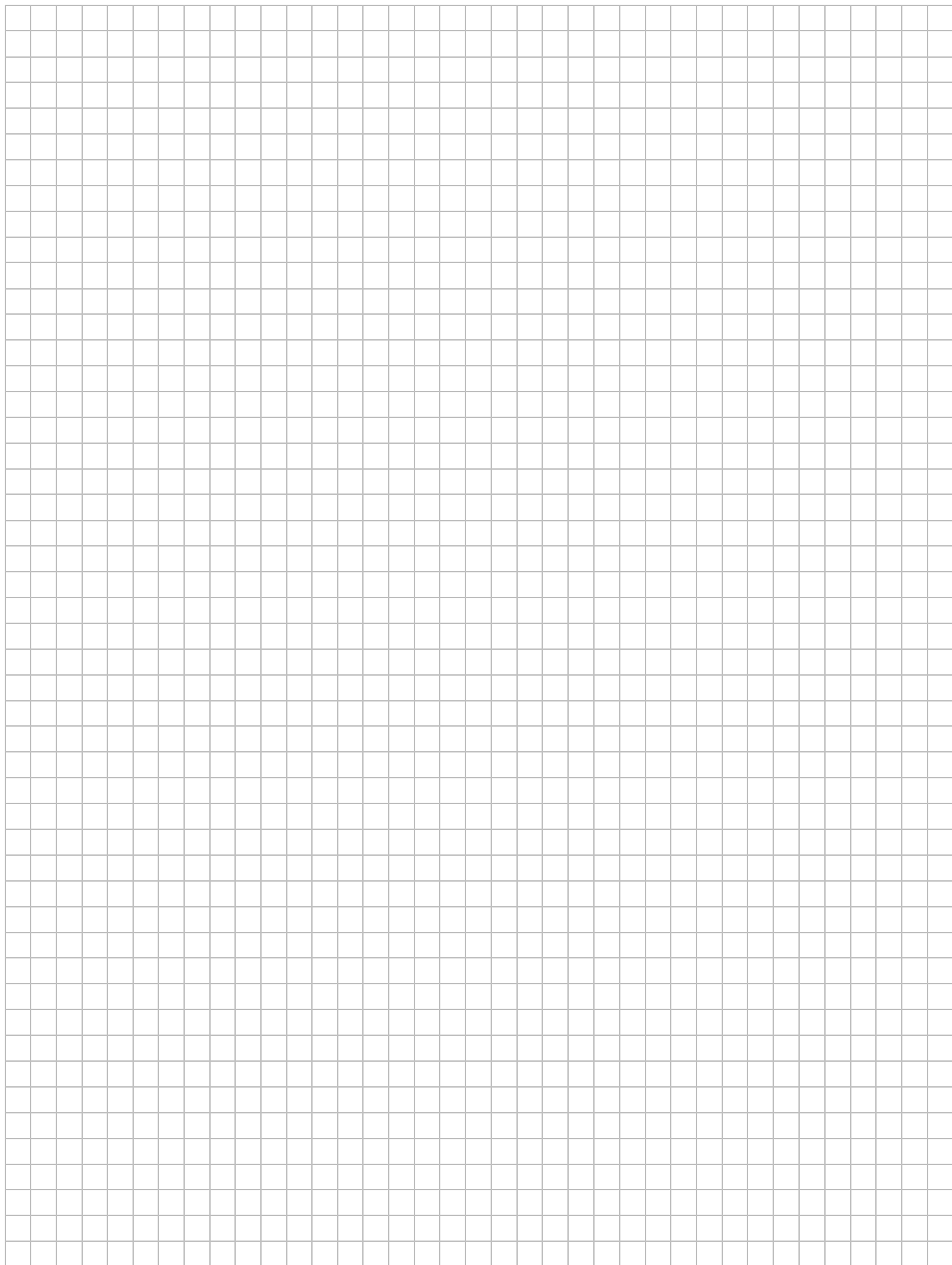


Zadanie 10. (0-5)

Pierwszy wyraz skończonego ciągu arytmetycznego jest równy 1, a ostatni (-15) .

Oblicz sumę wyrazów tego ciągu, jeżeli wiadomo, że drugi, trzeci i szósty są kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego.





Zadanie 11. (0-5)

Dane jest równanie

$$mx^2 - (m - 3)x + 1 = 0$$

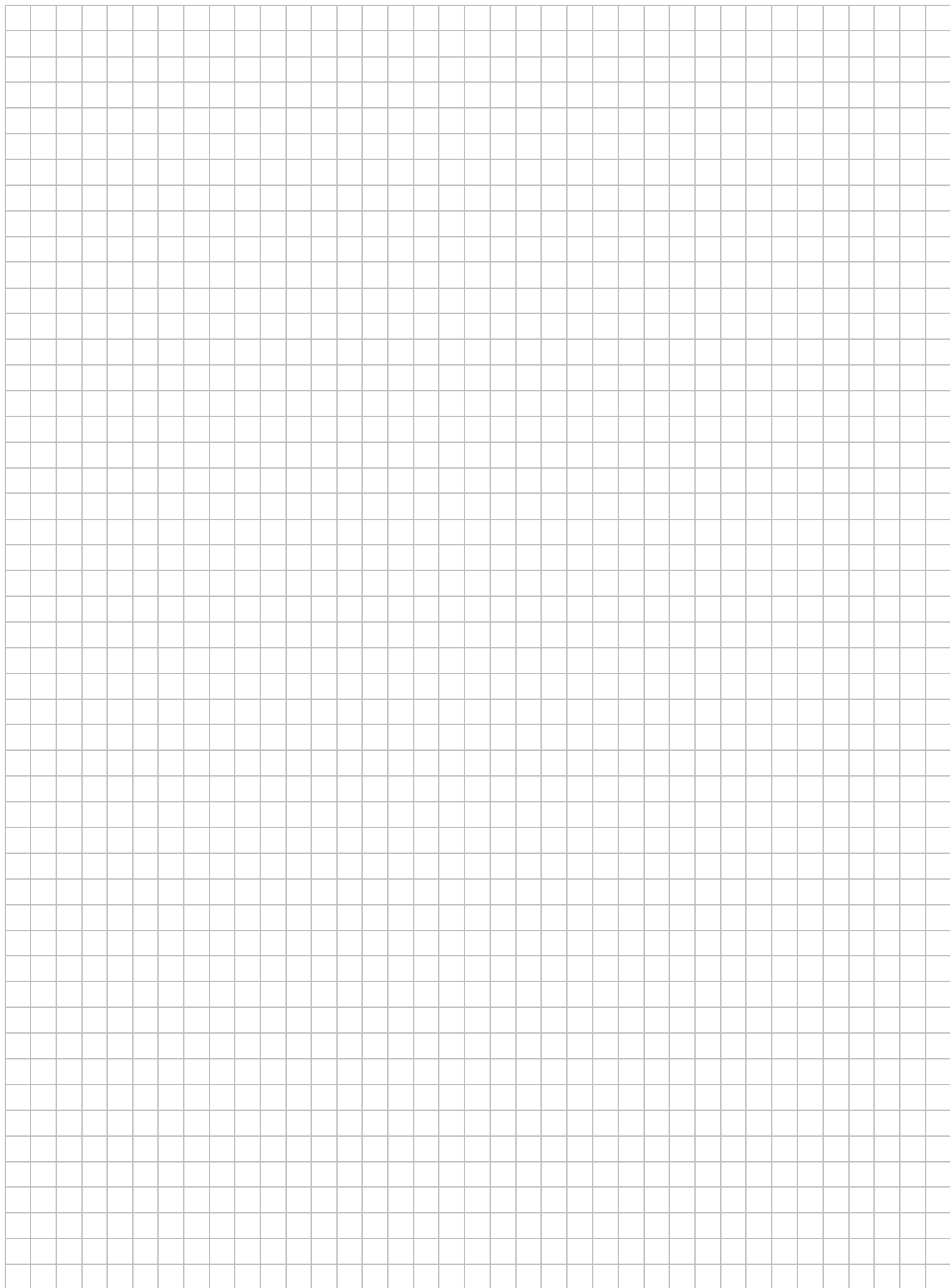
o niewiadomej x .

Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których równanie to ma dwa różne rozwiązania x_1 i x_2 spełniające warunek

$$|x_1| + |x_2| \leq 1$$

Zapisz obliczenia.

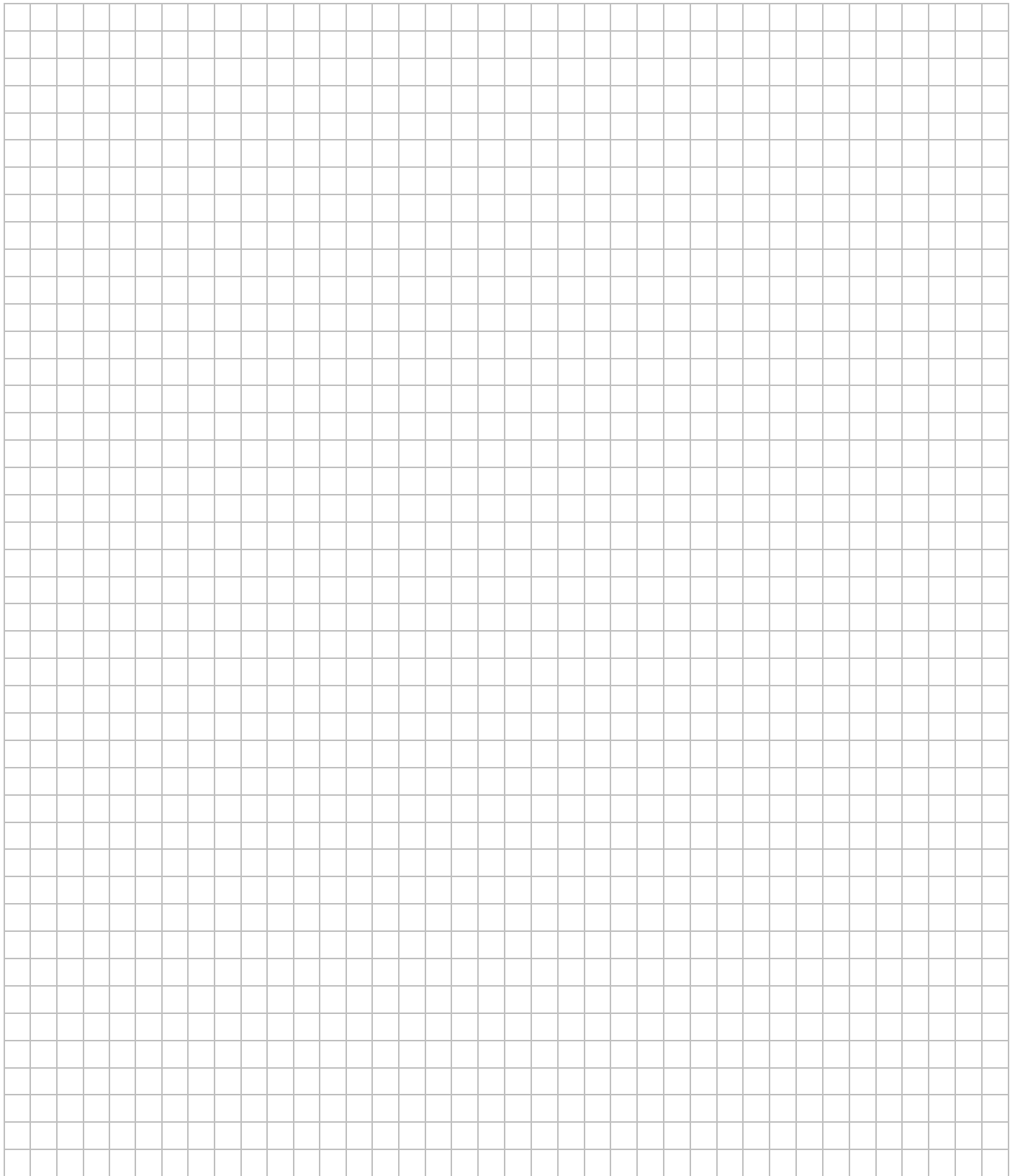
This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form a uniform pattern of small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

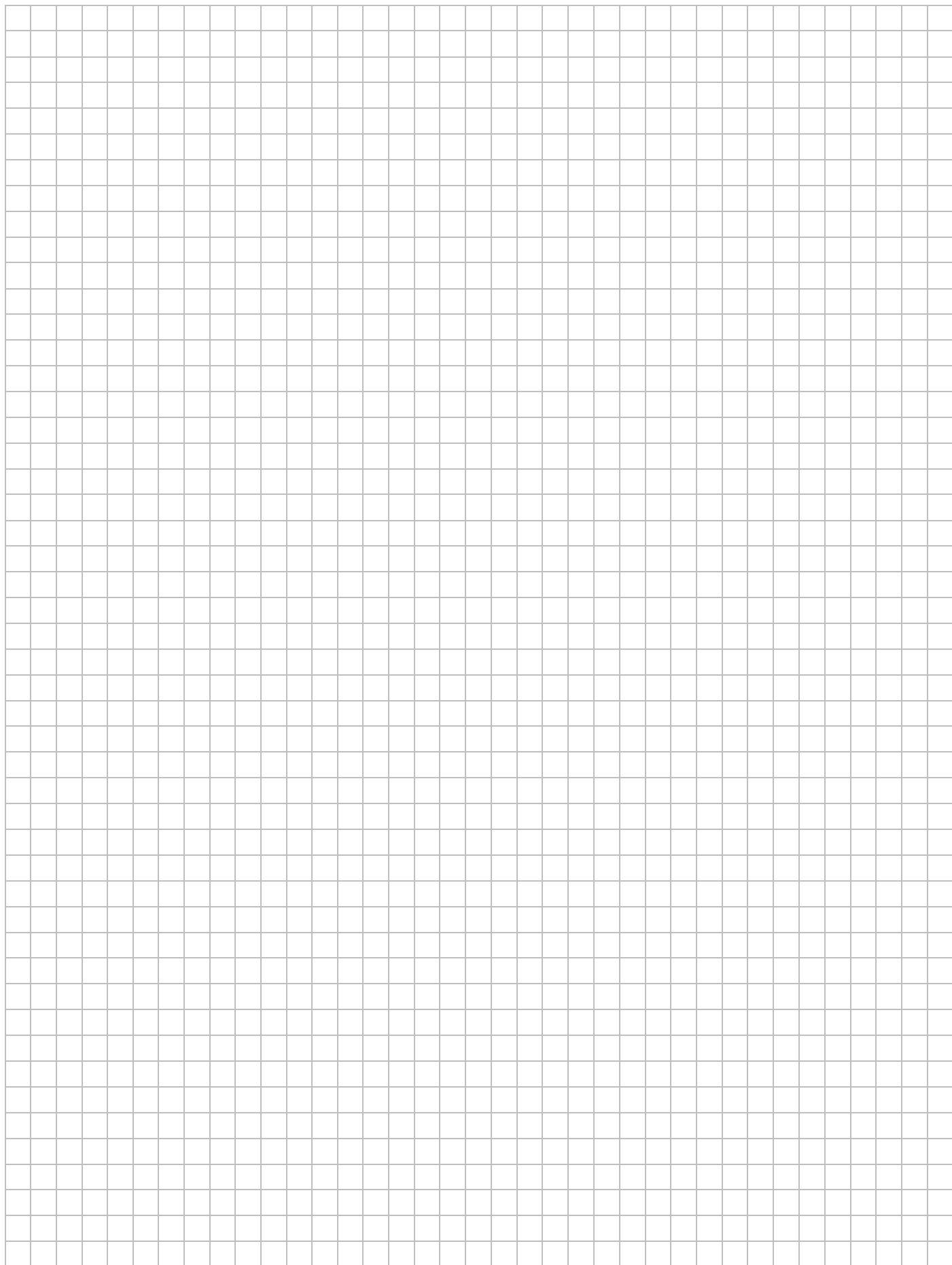


Zadanie 12. (0-5)

Na okręgu, którego promień ma długość r opisano trapez równoramienny.

Oblicz długość R promienia okręgu opisanego na tym trapezie wiedząc, że kąt wewnętrzny pomiędzy ramieniem trapezu, a jego mniejszą podstawą ma miarę α .





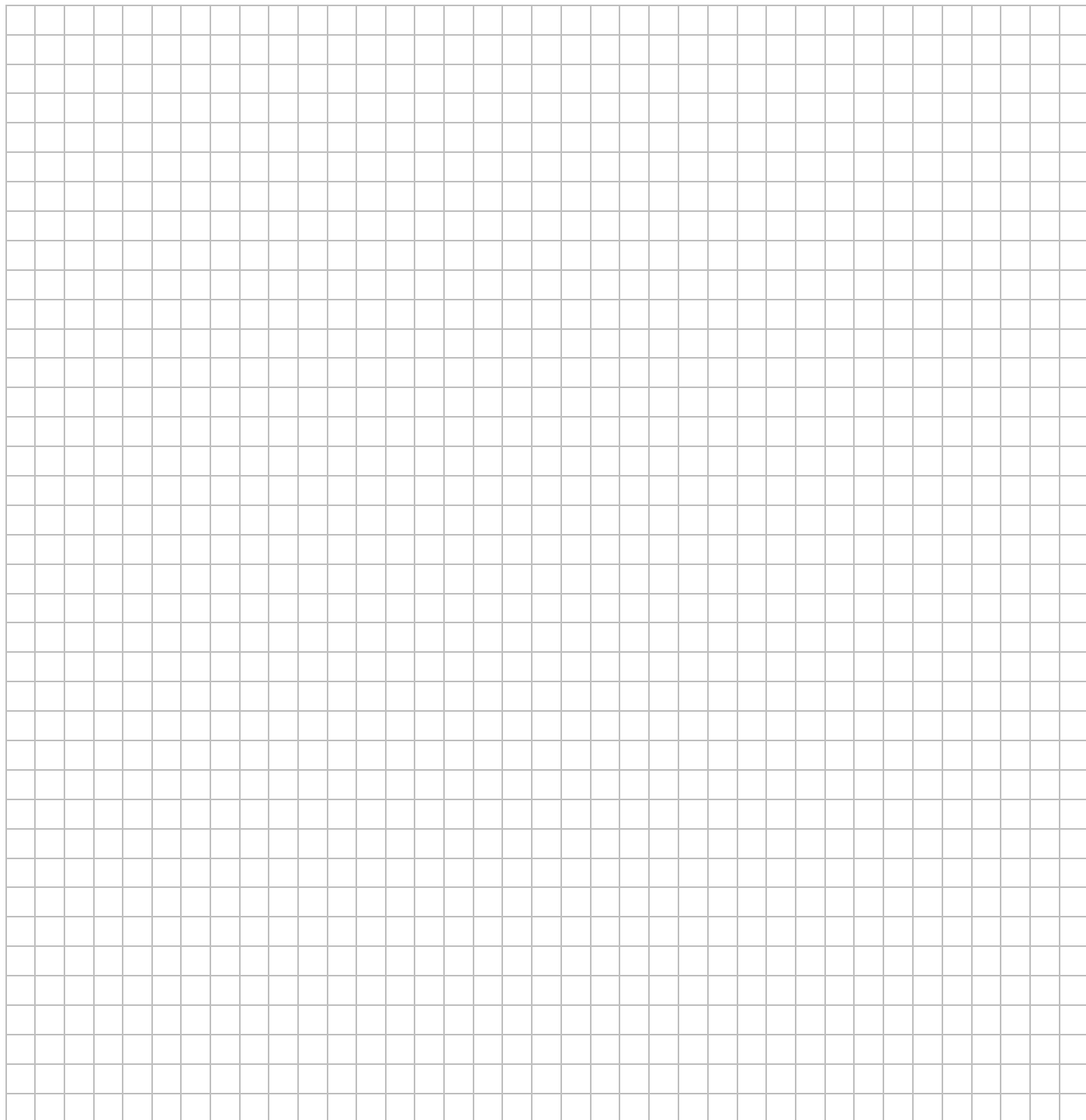
Zadanie 13

W kartezjańskim układzie współrzędnych dany jest punkt $A = (4, 0)$ oraz funkcja f określona wzorem $f(x) = x^3$ dla dowolnej liczby rzeczywistej x . Punkt P leży na wykresie funkcji f .

Zadanie 13.1 (0-2)

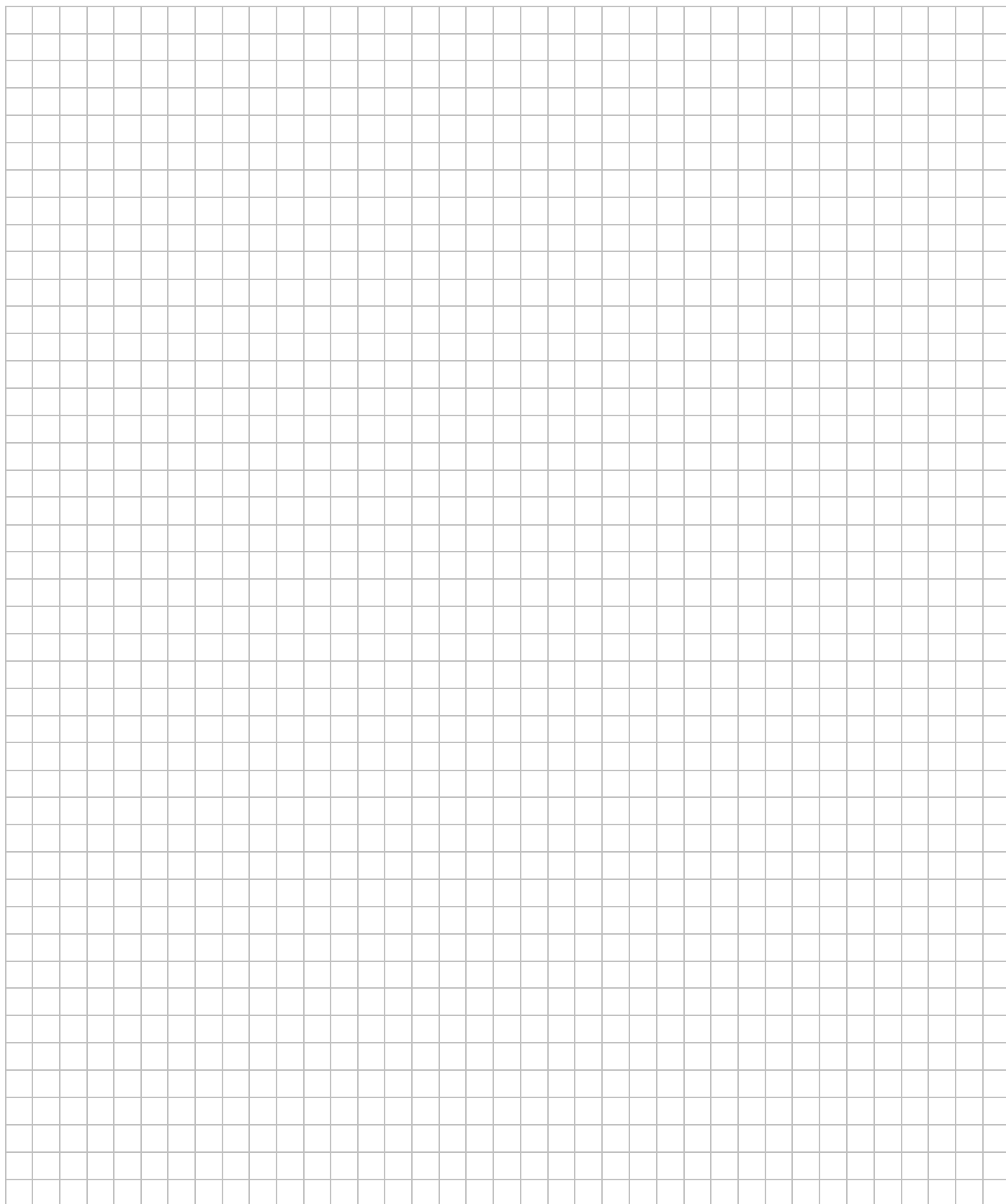
Wykaż, że długość d odcinka AP w zależności od pierwszej współrzędnej x punktu P wyraża się wzorem

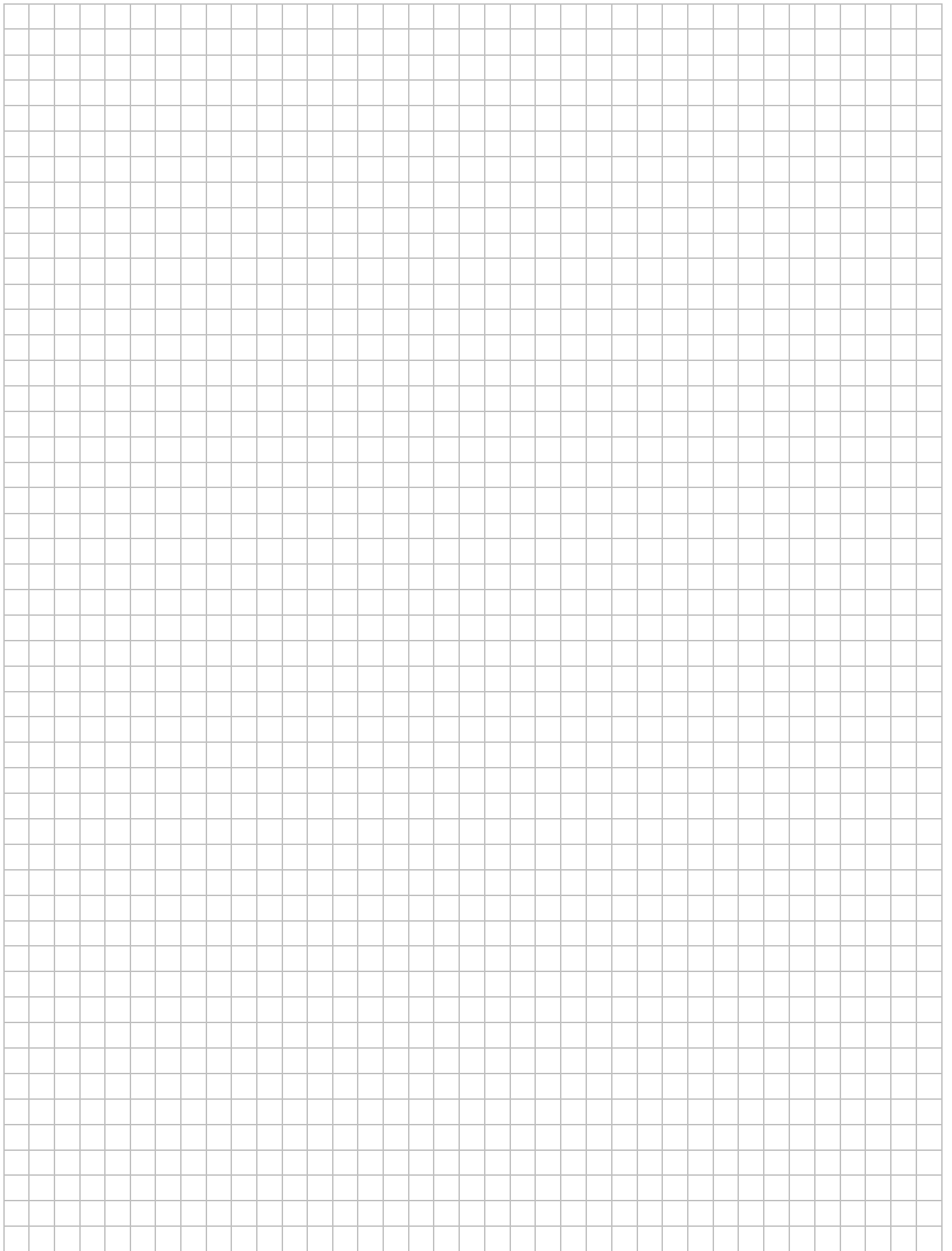
$$d(x) = \sqrt{x^6 + x^2 - 8x + 16}$$



Zadanie 13.2 (0-4)

Wyznacz współrzędne takiego punktu P , który leży najbliżej punktu A . Zapisz obliczenia.





BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

